

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Διατυπώστε τον ορισμό της παραγωγίσιμης συνάρτησης σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της.

B. Διατυπώστε τον ορισμό της διαμέσου.

Γ. Χαρακτηρίστε τις ακόλουθες προτάσεις ως σωστές ή λάθος:

i. Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι μέτρο διασποράς και δίνεται από τον τύπο

$$CV = \frac{\sqrt{S^2}}{X} 100\% .$$

ii. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, και $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$, τότε $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = 6$.

.

iii. Αν για μια συνάρτηση f ισχύει $\lim_{h \rightarrow 1} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 1$, τότε η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο 1

iv. Αν f παραγωγίσιμη συνάρτηση στο \mathbb{R} τότε ισχύει $\int_0^a f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^a f(x)dx$,

με $a \in \mathbb{R}$.

Δ. Να συμπληρωθούν τα κενά:

i. Οι σχετικές αθροιστικές συχνότητες μιας τιμής, εκφράζουν το των τιμών που είναι μικρότερες ή της τιμής αυτής.

ii. Αν για την $f : A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $x_0 \in A$ ισχύει : $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ τότε

η f είναι στο

iii. Αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της τότε είναι σε αυτό.

iv. Αν f συνεχής συνάρτηση στο \mathbb{R} τότε $\int_a^b f(x)dx + \dots = 0$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας για τον οποίο ισχύουν:

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \text{ και } \beta = 2\alpha - 1.$$

x_i	v_i
1	4
2	3α
3	6
4	5β
5	2γ
ΣΥΝΟΛΟ	50

- A. Να υπολογιστούν οι α, β, γ και να συμπληρωθεί ο πίνακας με όλες τις συχνότητες.
- B. Να υπολογιστεί η μέση τιμή.
- Γ. Να υπολογιστούν η επικρατούσα τιμή, το εύρος και η διάμεσος.
- Δ. Να υπολογιστούν το πλήθος των τιμών που είναι τουλάχιστον 3 και το ποσοστό που είναι μικρότερο από 4.
- Ε. Να υπολογιστεί η γωνία του κυκλικού διαγράμματος που αντιστοιχεί στην τιμή x_5 .

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται $f'(x) = x^2 + ax + \beta$ και η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα στα $x_0 = 6$ και $x_1 = -1$.

A. Να υπολογιστούν οι α, β .

B. Να υπολογιστεί $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{\sqrt{x+5}-2}$.

Γ. Να μελετηθεί η $f(x)$ ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Δ. Να συγκριθούν οι αριθμοί $f(0), f(1), f(2)$.

Ε. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα $\int_{-1}^6 f''(x) dx$.

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\ln x - x^2$.

A. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f και εξετάστε αν η f διέρχεται από το σημείο $A(e, 2 - e^2)$.

B. Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Γ. Δείξτε ότι $2\ln x - x^2 + 1 \leq 0$ για κάθε $x > 0$.

Δ. Να βρεθεί παράγουσα F της f .

Ε. Να υπολογιστεί το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f' , τις ευθείες $x=1, x=e$ και τον οριζόντιο άξονα.