

Προτεινόμενα θέματα στα Μαθηματικά (3)

ΘΕΜΑ Α

A1. α) Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα τιμής x_i μιας μεταβλητής; (Μονάδες 4)

β) Έστω v_1, v_2, \dots, v_K οι συχνότητες των τιμών μιας μεταβλητής ενός δείγματος μεγέθους n και f_1, f_2, \dots, f_K οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε της παρακάτω ισότητες:

i) $v_1 + v_2 + \dots + v_K =$ (Μονάδες 2)

ii) $f_1 + f_2 + \dots + f_K =$ (Μονάδες 2)

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **ΣΩΣΤΟ**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **ΛΑΘΟΣ**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ο συντελεστής μεταβλητότητας (CV) είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των δεδομένων. (Μονάδες 2)

β) Αν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ όπου $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = l_1 + l_2$ (Μονάδες 2)

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι συνεχής στο σημείο αυτό. (Μονάδες 2)

δ) Ισχύει ότι $\int_{\alpha}^{\beta} e^x dx = e^{\alpha} - e^{\beta}$ (Μονάδες 2)

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ όπου $\beta > \alpha > 0$ (Μονάδες 3)

β) $(\varepsilon\phi\chi)' = \dots$ με $x \in \mathbb{R} - \left\{ k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ (Μονάδες 3)

γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \sigma\upsilon\nu x dx = \dots$ (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Β

Οι απουσίες των μαθητών της Γ' τάξης ενός Ε.Π.Α.Λ κατά τους μήνες Ιανουάριο, Φεβρουάριο, Μάρτιο του έτους 2013 έχουν ομαδοποιηθεί σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους και εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα σχετικών συχνοτήτων:

Απουσίες	χ_i	f_i
[...-...)		0.1
[...-7)		
[...-...)		0.3
[...-...)	10	
Σύνολο		

Αν επιπλέον δίνεται ότι η σχετική συχνότητα της τέταρτης κλάσης είναι διπλάσια της σχετικής συχνότητας της δεύτερης κλάσης τότε:

- Να αποδείξετε ότι το πλάτος c των κλάσεων ισούται με 2. (Μονάδες 7)
- Να συμπληρωθεί ο πίνακας. (Μονάδες 7)
- Να βρεθεί η μέση τιμή και η διάμεσος. (Μονάδες 6)
- Να βρεθεί το ποσοστό των μαθητών που είχε τουλάχιστον 7 απουσίες. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + x}$

- Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (Μονάδες 3)
- Να εξετάσετε αν η f είναι συνεχής στο $\chi_0 = 2$. (Μονάδες 4)
- Να βρείτε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[(\sqrt{x+5} - 2) f(x) \right] \quad (\text{Μονάδες 6})$$

δ) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό a ώστε η συνάρτηση:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} & , x \in (0,1) \cup (1, +\infty) \\ a & x = 1 \end{cases}$$

να είναι συνεχής στο $\chi_0 = 1$ (Μονάδες 8)

ε) Να βρεθεί το ολοκλήρωμα $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x e^{\eta \mu x} dx$ (Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = ax^2 + 2x - 1$, με $a \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει ότι:

$$\lim_{h \rightarrow 2} \frac{f(h-1) - f(3-h)}{\sqrt{h+2} - h} = -\frac{32}{3}$$

- α) Να αποδείξετε ότι $a=1$. (Μονάδες 7)
- β) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. (Μονάδες 5)
- γ) Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής του δείγματος των αριθμών :
 $f(-5), f(1), f'(2), f'(3), f'(4)$. Είναι το δείγμα ομοιογενές; (Μονάδες 8)
- δ) Να βρεθεί το ολοκλήρωμα: $\int_0^2 3xf(x)dx$ (Μονάδες 5)