

Προτεινόμενα Θέματα 1

Μαθηματικά

Γ' ΕΠΑ.Λ. - Α' Ομάδα

Θέμα Α

A1. Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n ($k \leq n$), να αποδείξετε ότι για την σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i , $i = 1, 2, \dots, k$ ισχύει

α) $0 \leq f(x_i) \leq 1$ με $i = 1, 2, \dots, k$

(5 Μονάδες)

β) $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

(5 Μονάδες)

A2. Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της A ;

(5 Μονάδες)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $x > 0$ τότε $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

β) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

γ) Για το πηλίκο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

δ) Η μέση τιμή ενός συνόλου n παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

ε) Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f στο σημείο της $(x_0, f(x_0))$ είναι ο αριθμός $f'(x_0)$.

(10 Μονάδες)

Θέμα Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές x_i μιας μεταβλητής X και οι αντίστοιχες συχνότητες τους

x_i	v_i	$x_i \cdot v_i$	$fi\%$	$F_i\%$
1	20			
2	15			
3	10			
4				
Σύνολο	50			

B1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

(5 Μονάδες)

B2. Να βρείτε τη διάμεσο.

(6 Μονάδες)

B3. Είναι το παραπάνω δείγμα ομοιογενές;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(8 Μονάδες)

B4. Να κάνετε το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.

(6 Μονάδες)

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x - 2$ με $x \in \mathbb{R}$.

G1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f δεν έχει ακρότατα.

(10 Μονάδες)

G2. Να βρείτε σε ποιο σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f η εφαπτομένη έχει τον ελάχιστο συντελεστή διεύθυνσης.

(5 Μονάδες)

G3. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f'(x) + 4}{2 - \sqrt{x^3 + 3}}$.

(10 Μονάδες)

Θέμα Δ

Μια εταιρεία απασχολεί σε 2 υποκαταστήματά της 20 εργαζόμενους εκ των οποίων οι 10 εργάζονται στο υποκατάστημα Α και οι 10 στο υποκατάστημα Β.

Η μέση τιμή των μηνιαίων μισθών του υποκαταστήματος Α είναι 520 ευρώ και ο μεγαλύτερος μισθός του τμήματος είναι 600 ευρώ.

Οι μισθοί των εργαζομένων στο υποκατάστημα Β είναι

650 600 760 680 620 645 675 630 600 640

Να βρείτε

- Δ1.** Το άθροισμα των μηνιαίων μισθών του υποκαταστήματος Α. (6 Μονάδες)
- Δ2.** Τη μέση τιμή, το εύρος και την επικρατούσα τιμή των μισθών του υποκαταστήματος Β. (9 Μονάδες)
- Δ3.** Τη μέση τιμή και τη διάμεσο των μισθών όλων των εργαζομένων στα 2 υποκαταστήματά. (10 Μονάδες)

Επιμέλεια Θεμάτων - Πέτρος Χέρας