

## Προτεινόμενα Θέματα 2

## Μαθηματικά

## Γ' ΕΠΑ.Λ. - Α' Ομάδα

## Θέμα Α

A1. Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $\mathbb{R}$  και  $c$  σταθερός πραγματικός αριθμός, να αποδείξετε με τη χρήση του ορισμού της παραγώγου ότι

$$(cf(x))' = c \cdot f'(x), \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

(9 Μονάδες)

A2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

(6 Μονάδες)

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων  $f, g$  ισχύει ότι

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

β) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

γ) Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του  $y = f(x)$  ως προς  $x$ , όταν  $x = x_0$ .

δ) Το εύρος, η διακύμανση και η τυπική απόκλιση των τιμών μιας μεταβλητής είναι μέτρα διασποράς.

ε)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta_{\mu x} = \eta_{\mu x_0}$  για κάθε  $x_0 \in \mathbb{R}$ .

(10 Μονάδες)

## Θέμα Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2}{2x - 1}$

B1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(4 Μονάδες)

B2. Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

(4 Μονάδες)

B3. Να βρεθεί η πρώτη παράγωγος της  $f$ .

(7 Μονάδες)

B4. Να βρεθεί η εφαπτομένη της καμπύλης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο επαφής  $A(1, f(1))$ .

(10 Μονάδες)

**Θέμα Γ**

Η κατανομή των θερμοκρασιών που σημειώθηκαν ένα 10-ήμερο του Σεπτεμβρίου ήταν κατά προσέγγιση κανονική. Το 50% των θερμοκρασιών ήταν πάνω από 22°C με τυπική απόκλιση 2°C.

- Γ1.** Να προσδιορίσετε την μέση θερμοκρασία για αυτό το δεκαήμερο. (6 Μονάδες)
- Γ2.** Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (5 Μονάδες)
- Γ3.** Πόσες μέρες η θερμοκρασία ήταν κάτω από 24°C. (6 Μονάδες)
- Γ4.** Αν ένα δεύτερο θερμόμετρο έδωσε θερμοκρασίες αυξημένες κατά 2°C σε σχέση με το δικό μας θερμόμετρο, να βρείτε την μέση τιμή  $\bar{x}_2$  και την τυπική απόκλιση  $s_2$  των θερμοκρασιών του δεύτερου θερμομέτρου. (8 Μονάδες)

**Θέμα Δ**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + \gamma$$

για την οποία γνωρίζουμε ότι

- τέμνει τον άξονα γ'γ σε σημείο με τεταγμένη -20
- ο ρυθμός μεταβολής της κλίσης της εφαπτόμενης είναι 0 στο  $x_0 = 3$
- παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο με τετμημένη 2.

- Δ1.** Να βρείτε την πρώτη και την δεύτερη παράγωγο της f. (4 Μονάδες)
- Δ2.** Να αποδείξετε ότι  $a = -9$ ,  $\beta = 24$  και  $\gamma = -20$ . (8 Μονάδες)
- Για  $a = -9$ ,  $\beta = 24$  και  $\gamma = -20$
- Δ3.** να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα. (5 Μονάδες)

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3f(x) - xf'(x)}{2 - \sqrt{6-x}} = f''(5)$$

(8 Μονάδες)

Επιμέλεια Θεμάτων - Πέτρος Χέρας