

## ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ

Προτεινόμενα θέματα στα Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής Γ ΕΠΑ.Λ

### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος ταυτοτικής συνάρτησης  $f(x) = x$  είναι  $f'(x) = 1$ , για κάθε  $x \in \mathcal{R}$ . **(Μονάδες 10)**

**A2.** Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), να ορίσετε το σταθμικό μέσο της μεταβλητής  $X$ . **(Μονάδες 5)**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση  $x = f(t)$ , τη χρονική στιγμή  $t_0$  είναι  $u(t_0) = f'(t_0)$ .

**β)** Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σ' ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$  με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) < f(x_2)$ .

**γ)** Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκονται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

**δ)** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

**ε)** Για τη συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$  ισχύει ότι  $f'(x) = \frac{1}{x^2}$ .

**(Μονάδες 10)**

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x + a + \frac{1}{3}$ , με  $a \in \mathfrak{R}$ ,  $x \in \mathfrak{R}$ .

**B1.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{f''(x) - \sqrt{x+3}}$

(Μονάδες 7)

**B2.** Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τις τιμές του  $\chi$  για τις οποίες παρουσιάζει ακρότατα.

(Μονάδες 8)

**B3.** Αν το τοπικό μέγιστο της  $f$  είναι τριπλάσιο από το τοπικό ελάχιστο, να βρείτε την τιμή του  $a$ .

(Μονάδες 5)

**B4.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M(2, f(2))$ .

(Μονάδες 5)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παρατηρήσεις:  $\chi_1 = 1, \chi_2 = 3, \chi_3 = 3, \chi_4 = 4, \chi_5 = 6, \chi_6 = 7$

**Γ1.** Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διακύμανση των παρατηρήσεων  $\chi_i$ , με  $i=1,2,\dots,6$ .

(Μονάδες 8)

**Γ2.** Θεωρούμε τη συνάρτηση:  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \delta x^2 + Rx + a$ ,  $\chi \in \mathfrak{R}$ , όπου  $\delta$  η διάμεσος,  $R$  το εύρος των παρατηρήσεων  $\chi_i$ , με  $i=1,2,\dots,6$  και  $a > 18$ . Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία.

(Μονάδες 5)

**Γ3.** Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow CV} \frac{f''(x) + 6}{\sqrt{4x^2 + 3} - 2}$ , όπου  $CV$  ο συντελεστής μεταβολής των παρατηρήσεων  $\chi_i$ , με  $i=1,2,\dots,6$ .

(Μονάδες 5)

**Γ4.** Να βρείτε την ελάχιστη τιμή του  $a \in \mathfrak{R}$ , ώστε αν σε κάθε παρατήρηση  $\chi_i$ , με  $i=1,2,\dots,6$  προσθέσουμε το τοπικό ελάχιστο της  $f$ , τότε το δείγμα των αριθμών που θα προκύψουν να είναι ομοιογενές.

(Μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ Δ

Έχουμε περιφράξει με συρματόπλεγμα μήκους 200 m μια ορθογώνια περιοχή από τις 3 πλευρές της. Η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος. Αν  $x$  m είναι το μήκος του τοίχου που περιέχεται στην ορθογώνια περιοχή

**Δ1.** Να βρεθεί συνάρτηση  $f(x)$  η οποία να εκφράζει το εμβαδόν της περιοχής που περιφράξαμε. **(Μονάδες 6)**

**Δ2.** Να βρείτε τη μέγιστη δυνατή επιφάνεια που θα μπορούσαμε να περιφράξουμε με το συρματόπλεγμα των 200 m. **(Μονάδες 6)**

**Δ3.** Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διάμεσο των αριθμών  $f'(100)$ ,  $f'(101)$ ,  $f'(102)$ ,  $f'(103)$ ,  $f'(104)$ . **(Μονάδες 5)**

**Δ4.** Έστω  $CV$  ο συντελεστής μεταβολής των αριθμών  $f'(100)$ ,  $f'(101)$ ,  $f'(102)$ ,  $f'(103)$ ,  $f'(104)$  και  $CV'$  ο συντελεστής μεταβολής που προκύπτει όταν αυξήσουμε καθέναν από τους αριθμούς κατά  $c$ , όπου  $c \neq 2$ . Να υπολογίσετε το  $c$  έτσι ώστε να ισχύει  $CV' = 2CV$ . **(Μονάδες 8)**