



ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Διατυπώστε το θεώρημα Fermat.
- B. Αποδείξτε ότι για τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_k μιας μεταβλητής x , με σχετικές συχνότητες f_1, f_2, \dots, f_k η μέση τιμή δίνεται από τον τύπο $\bar{x} = x_1f_1 + x_2f_2 + \dots + x_kf_k$.
- Γ. Χαρακτηρίστε τις ακόλουθες προτάσεις ως σωστές ή λάθος:
- Οι σχετικές αθροιστικές συχνότητες μιας τιμής, εκφράζουν το ποσοστό των τιμών που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής αυτής.
 - Ο συντελεστής μεταβλητότητας ισούται με $CV = \frac{\sqrt{S^2}}{\bar{x}} 100\%$
 - Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ τότε η f συνεχής στο x_0 .
 - Αν f παραγωγίσιμη συνάρτηση στο \mathbb{R} και ισχύει $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει στο x_0 τοπικό ακρότατο.
 - Αν f συνεχής συνάρτηση στο \mathbb{R} $\int_{-a}^b f(x) dx = \int_a^{-b} f(x) dx$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ο ακόλουθος πίνακας με $f_1 = 0,10$:

x_i	v_i
0	v_1
1	v_2
2	$3v_1$
3	v_2
4	v_1

- A. Υπολογίστε τις συχνότητες v_1 και v_2 .
- B. Να υπολογιστούν η μέση και η επικρατούσα τιμή.

- Γ. Να υπολογιστεί το πλήθος των τιμών που είναι τουλάχιστον 2 και το ποσοστό που είναι μικρότερο από 3.
- Δ. Δείξτε ότι $R = \bar{X} + \delta$, με δ τη διάμεσο και R το εύρος.

ΘΕΜΑ 3^ο

$$\text{Δίνεται η συνάρτηση: } f(x) = \begin{cases} e^{ax} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & 0 \leq x < 1 \\ \beta & x = 1 \\ \ln x + 8 - \beta & x > 1 \end{cases}$$

- A. Γράψτε το πεδίο ορισμού της f . Είναι η συνάρτηση είναι συνεχής στο $x_1 = 0$;
- B. Υπολογίστε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$.
- Γ. Να υπολογιστούν οι a, β ώστε η συνάρτηση να είναι συνεχής στο $x_2 = 1$.
- Δ. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα για κάθε $x > 1$.

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{x^3}{3} + ax^2 + bx + k$ η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0 = 2$ και ισχύει $a < -2$.

- A. Να βρεθεί το είδος του ακροτάτου στο $x_0 = 2$.
- B. Αν επιπλέον η $f'(x)$ διέρχεται από το σημείο $A(0,6)$ να υπολογιστούν οι a, β .
- Γ. Να μελετηθεί η f ως προς τη μονotonία και τα ακρότατα.
- Δ. Να συγκριθούν οι αριθμοί $f(e)$, $f(\frac{5}{2})$.
- E. Να υπολογιστεί το εμβαδό που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f'' τον οριζόντιο άξονα και τις ευθείες $x = 3$ και $x = 5$.

