

Προτεινόμενα Θέματα 2
Μαθηματικά
Γ' ΕΠΑ.Λ.

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $cf(x)$ είναι $(cf(x))' = cf'(x)$ για κάθε x στο σύνολο \mathbb{R} των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 10

A2. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A , λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A$ όταν $f(x) \leq f(x_0)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_0 .

Μονάδες 2

β) Για κάθε παραγωγίσιμες συναρτήσεις f, g ισχύει:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

Μονάδες 2

γ) Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 , για κάθε σταθερά $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (\kappa f(x)) = \kappa \lim_{x \rightarrow x_0} f(x).$$

Μονάδες 2

δ) Η μέση τιμή ενός συνόλου n παρατηρήσεων είναι ένα μέτρο θέσης.

Μονάδες 2

ε) Η διάμεσος είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ Β

Ο αριθμός των αδελφών των μαθητών της Γ' ΕΠΑ.Λ. ενός σχολείου, δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός x_i	Αριθμός Μαθητών v_i
0	$\alpha+4$
1	$5\alpha+8$
2	4α
3	$\alpha-1$
4	2α
Σύνολο	

B1. Να υπολογίσετε την τιμή του α , αν $\alpha = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 1}$.

Μονάδες 8

Για $\alpha = 3$ να βρεθούν:

B2. η μέση τιμή του αριθμού των αδελφών που έχουν οι μαθητές.

Μονάδες 7

B3. η διάμεσος του αριθμού των αδελφών που έχουν οι μαθητές.

Μονάδες 7

B4. πόσοι μαθητές έχουν τουλάχιστον 3 αδέρφια.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 + 9} + 2018$.

Γ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της f .

Μονάδες 4

Γ2. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{-x^2 + 9}{(x^2 + 9)^2}$.

Μονάδες 6

Γ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα.

Μονάδες 12

Γ4. Να συγκρίνετε τις τιμές $f(2017)$ και $f(2018)$ της συνάρτησης f .

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - 3x + 1$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρεθούν οι αριθμοί α, β ώστε τα σημεία $A\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$ και $B(-1, 7)$ να ανήκουν στην καμπύλη της f .

Μονάδες 6

Δ2. Για $\alpha = -10$ και $\beta = -7$ να βρεθεί η $f'(x)$.

Μονάδες 3

Δ3. Για $\alpha = -10$ και $\beta = -7$ να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $K(0, f(0))$.

Μονάδες 8

Δ4. Να μελετήσετε ως προς τη συνέχεια τη συνάρτηση

$$g(x) = \begin{cases} -10x^3 - 7x^2 - 3x + 1, & x = -1 \\ \frac{\sqrt{1-3x} + 2x}{x^2 - 1}, & x \neq -1 \end{cases}$$

Μονάδες 8

Επιμέλεια θεμάτων:

Κάππος Κωνσταντίνος