

## Προτεινόμενα Θέματα 4

### Μαθηματικά

### Γ' ΕΠΑ.Λ.

#### Θέμα Α

**A1.** Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = x^2$ . Να αποδείξετε ότι

$$f'(x) = (x^2)' = 2x \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

(15 Μονάδες)

**A2.** Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ , αν  $\bar{x} > 0$ , και πώς, αν  $\bar{x} < 0$ ;

(5 Μονάδες)

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
- Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό της μέγιστο.
- Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή, το εύρος ισούται περίπου με έξι τυπικές αποκλίσεις.
- Οι παρατηρήσεις σε μια ομαδοποιημένη κατανομή μπορούν να «αντιπροσωπευθούν» από τις κεντρικές τιμές κάθε κλάσης.
- Αν για μια συνάρτηση  $f$  ισχύουν  $f'(x_0) = 0$  για  $x_0 \in (a, \beta)$ ,  $f'(x) > 0$  στο  $(a, x_0)$  και  $f'(x) < 0$  στο  $(x_0, \beta)$ , τότε η  $f$  παρουσιάζει στο διάστημα  $(a, \beta)$  ελάχιστο στο  $x = x_0$ .

(5 Μονάδες)

#### Θέμα Β

Έχουμε το παρακάτω δείγμα των 10 παρατηρήσεων

1 2 4 2 6 1 3 6 9 6

**B1.** Να βρείτε την μέση τιμή  $\bar{x}$ .

(6 Μονάδες)

**B2.** Να προσδιορίσετε την διάμεσο  $\delta$  του δείγματος.

(5 Μονάδες)

**B3.** Να υπολογίσετε την διακύμανση των παρατηρήσεων.

(8 Μονάδες)

**B4.** Αν όλες οι παραπάνω παρατηρήσεις αυξηθούν κατά 50%, τότε ποια θα είναι η μέση τιμή των νέων παρατηρήσεων;

**(6 Μονάδες)**

**Θέμα Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -x^3 + ax + \beta$  με  $x \geq 0$ .  
Αν η συνάρτηση τέμνει τον άξονα  $y/y$  σε σημείο με τεταγμένη  $-5$  και ισχύει ότι

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2-x}}{x^2 - (1+a)x + a} = -\frac{1}{2}$$

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $a = 3$  και  $\beta = -5$

**(7 Μονάδες)**

**Γ2.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $C_f$  που είναι κάθετη στην ευθεία  $y = \frac{1}{24}x + 3$ .

**(6 Μονάδες)**

**Γ3.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) < 0$  για κάθε  $x \geq 0$ .

**(8 Μονάδες)**

**Γ4.** Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς  $f(2016)$ ,  $f(2017)$  και  $f(39)$ .

**(4 Μονάδες)**

**Θέμα Δ**

Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή η διάμεσος  $\delta$  των παρατηρήσεων είναι 20. Το 2,5% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες του 16.

**Δ1.** Να δείξετε ότι  $\bar{x} = 20$  και  $s = 2$ .

**(5 Μονάδες)**

**Δ2.** Να βρείτε το συντελεστή μεταβολής του δείγματος.

**(5 Μονάδες)**

**Δ3.** Να βρείτε το μέγεθος του δείγματος αν στο διάστημα  $(18, 22)$  βρίσκονται 136 παρατηρήσεις.

**(7 Μονάδες)**

**Δ4.** Αν  $R$  είναι το εύρος της κατανομής, να βρείτε την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης στο διάστημα  $[0, 10]$

$$f(x) = \frac{R}{s}x^2 - (\bar{x} + 4)x + 2017$$

**(8 Μονάδες)**

Επιμέλεια Θεμάτων  
Πέτρος Χέρας