

Προτεινόμενα Θέματα
Μαθηματικά
Γ' ΕΠΑ.Λ.

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = 1$.

Μονάδες 7

A2. Πώς ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή μεταβλητότητας των παρατηρήσεων μιας ποσοτικής μεταβλητής X αν $\bar{x} > 0$ και πώς αν $\bar{x} < 0$;

Μονάδες 4

A3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό:

«Η διάμεσος ενός δείγματος n παρατηρήσεων είναι πάντα μία από τις παρατηρήσεις αυτές.»

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό ως αληθή ή ψευδή. (μονάδα 1)

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α. (μονάδες 3) Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σωστές (Σ) ή Λανθασμένες (Λ):

- i) Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.
- ii) Η μέση τιμή είναι ένα μέτρο θέσης, το οποίο επηρεάζεται από τις ακραίες παρατηρήσεις.
- iii) Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A είναι συνεχής αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.
- iv) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$, τότε για κάθε φυσικό αριθμό n μεγαλύτερο του 1 θα ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^n = n \cdot a^{n-1}$.
- v) Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι $(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) + f(x)g'(x)$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ο αριθμός των διαγωνισμάτων Μαθηματικών που έγραψαν 50 μαθητές της Γ τάξης ενός ΕΠΑ.Λ. κατά το Α τετράμηνο φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός διαγωνισμάτων x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα f_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	Αθροιστική Σχετική συχνότητα F_i
1	α			
2	22			
3	5			
4	β			
5	11			
Σύνολο				

B1. Αν η μέση τιμή για τα παραπάνω δεδομένα είναι 3 διαγωνίσματα να υπολογίσετε τους αριθμούς α και β. **Μονάδες 7**

Για α = 4 και β = 8:

B2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας. **Μονάδες 7**

B3. Να βρείτε τη διάμεσο δ των παρατηρήσεων. **Μονάδες 4**

B4. Αν κατασκευαστεί κυκλικό διάγραμμα για τα παραπάνω δεδομένα, να υπολογίσετε τη γωνία που αντιστοιχεί στην τιμή $x_3 = 3$ διαγωνίσματα. **Μονάδες 3**

B5. Να υπολογίσετε:

- i. Το πλήθος των μαθητών που έγραψαν τουλάχιστον 3 διαγωνίσματα
- ii. Το ποσοστό των μαθητών που έγραψαν το πολύ 2 διαγωνίσματα.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Μία εταιρεία συσκευασίας ελαιόλαδου αποφασίζει να κατασκευάσει δοχεία από λευκοσίδηρο, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με τετράγωνη βάση. Η εταιρεία επιθυμεί κάθε δοχείο να έχει όγκο 8 dm^3 .

Γ1. Αν x είναι η πλευρά της τετράγωνης βάσης του ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, να αποδείξετε ότι το συνολικό εμβαδό της επιφάνειας του δοχείου δίνεται από τη συνάρτηση

$$f(x) = \frac{2x^3 + 32}{x}, \quad x > 0$$

Μονάδες 8

Γ2. Να βρείτε ποιες πρέπει να είναι οι διαστάσεις του δοχείου, ώστε για την κατασκευή του να χρειάζεται το λιγότερο δυνατό υλικό. **Μονάδες 9**

Γ3. Αν ο λευκοσίδηρος που θα χρησιμοποιηθεί κοστίζει 10 € ανά τετραγωνικό μέτρο (m^2), να βρείτε πόσο είναι το μικρότερο δυνατό κόστος για ένα δοχείο. **Μονάδες 4**

Γ4. Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f\left(\frac{1}{2018}\right)$, $f\left(\frac{1}{2019}\right)$. **Μονάδες 4**

(Δίνεται ότι $1 m^2 = 100 dm^2$)

ΘΕΜΑ Δ

Οι παρατηρήσεις ενός δείγματος μεγέθους $n = 10.000$, που ακολουθεί την κανονική κατανομή, έχουν μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s .

Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - s\sqrt{3x+6}$

Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A(1, f(1))$ είναι κάθετη στην ευθεία με εξίσωση $y = -2x + 2019$ και η γραφική παράσταση της παραγώγου f' διέρχεται από το σημείο $B\left(10, 5\bar{x} - \frac{1}{4}\right)$ τότε:

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f . **Μονάδες 3**

Δ2. Να αποδείξετε ότι $s = 1$ **Μονάδες 7**

Δ3. Να αποδείξετε ότι $\bar{x} = 20$ **Μονάδες 4**

Δ4. Να υπολογίσετε το πλήθος των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(19, 22)$. **Μονάδες 4**

Δ5. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x) + 8}{x - 1}$ **Μονάδες 7**

Επιμέλεια Θεμάτων
Φανή Αθανασοπούλου