

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
17 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ) Γ' ΕΠΑ.Λ.
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 45

A2. Σχολικό βιβλίο σελ. 28

A3. α) ΛΑΘΟΣ

β) ΣΩΣΤΟ

γ) ΛΑΘΟΣ

A4. α) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

β) $(x^\nu)' = \nu x^{\nu-1}$

γ) $(cf(x))' = c(f'(x))$

ΘΕΜΑ Β

B1. Η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το $(1,0)$ συνεπώς

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - \alpha + 2 = 0 \Leftrightarrow -\alpha = -3 \Leftrightarrow \alpha = 3$$

Άρα η συνάρτηση γίνεται $f(x) = x^2 - 3x + 2$

B2. Πρέπει $x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$ και $x \neq 1$. Άρα $A_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

B3. Είναι $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

B4. Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι της μορφής $y = \lambda x + \beta$ όπου $\lambda = f'(0)$

Έχουμε $f'(x) = 2x - 3$ οπότε $f'(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$

Άρα η εξίσωση γίνεται $y = -3x + \beta$

Αντικαθιστώντας για $(x, y) = (0, 2)$ στην παραπάνω εξίσωση βρίσκουμε το β :

$$2 = -3 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \beta = 2$$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομένης είναι η $y = -3x + 2$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Από το ύψος κάθε παραλληλογράμμου στο ιστόγραμμα έχουμε τις αντίστοιχες σχετικές συχνότητες f_i και συμπληρώνουμε αναλόγως.

Επίσης για τα α_i έχουμε $\alpha_2 = f_2 \cdot 360^\circ = 108^\circ$, κ.λπ

Για τα ν_i έχουμε $\nu_2 = f_2 \cdot \nu = 0,3 \cdot 50 = 15$ κ.λπ

Έτη υπηρεσίας [,)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα ν_i	Σχετική συχνότητα f_i	α_i
[4 , 8)	6	5	0,1	36°
[8 , 12)	10	15	0,3	108°
[12 , 16)	14	10	0,2	72°
[16 , 20)	18	20	0,4	144°
Σύνολο		50	1	360°

Γ2. $\nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 45$

Γ3. $f_1\% + f_2\% + f_3\% = 60\%$

Γ4. Το εμβαδόν που ζητείται είναι ίσο με 1.

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. \text{ Έχουμε } \Pi = 80 \Leftrightarrow 2x + 2y = 80 \Leftrightarrow x + y = 40 \Leftrightarrow y = 40 - x$$

Άρα $E = x \cdot y = x(40 - x)$ οπότε $E(x) = -x^2 + 40x$ με $A_E = (0, 40)$ διότι πρέπει $x > 0$ και $40 - x > 0 \Leftrightarrow x < 40$

$$\Delta 2. \text{ Έχουμε } E'(x) = -2x + 40$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$$

Οπότε έχουμε τον παρακάτω πίνακα μονοτονίας του $E(x)$:

x	0	20	40
E'(x)	+	0	-
E(x)	↗		↘

Συνεπώς η E είναι: γνησίως αύξουσα στο $(0, 20]$

και γνησίως φθίνουσα στο $[20, 40)$

$\Delta 3.$ Από το προηγούμενο ερώτημα προκύπτει ότι η E παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = 20$, το $(20) = 400m^2$

$\Delta 4.$ Είναι $x_A < x_B \Leftrightarrow E(x_A) > E(x_B)$ διότι $E \searrow [20, 40)$

Άρα το E για μήκος $x_A = 29,5m$ είναι το μεγαλύτερο.

ΣΧΟΛΙΑΣΜΟΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

Τα φετινά θέματα κρίνονται αυξημένων απαιτήσεων. Διερευνούσαν σε βάθος το μεγαλύτερο μέρος της ύλης. Υποψήφιοι πολύ καλά προετοιμασμένοι, που αξιοποιούσαν την κριτική τους ικανότητα, και μόνον αυτοί, θα μπορούσαν να ανταποκριθούν επαρκώς.

Η αναμενόμενη κλιμάκωση καταρρίπτεται στα φετινά θέματα, καθώς σε όλα εντοπίζεται και μεγάλος βαθμός δυσκολίας.

Σε σχέση με τα θέματα των πανελλαδικών εξετάσεων του 2020, ήταν σαφώς δυσκολότερα.