

**Απαντήσεις στα Μαθηματικά 3/6/2023**

**Θέμα Α**

**A1.** Σελίδα 30 Απόδειξη

**A2.** Σελίδα 22 Ορισμός

**A3.** α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Σωστό

**Θέμα Β**

**B1.**  $f'(x) = 6x^2 + 2ax - 12, A_{f'} = \mathbb{R}$

**B2.**  $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 + 2a - 12 = 0 \Leftrightarrow 2a = 6 \Leftrightarrow a = 3$

**B3.**  $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ 6x^2 + 6x - 12 &= 0 \\ 6(x^2 + x - 2) &= 0 \\ \Delta &= 9 \\ x_{1,2} &= \frac{-1 \pm 3}{2} \\ x_1 &= 1 \\ x_2 &= -2 \end{aligned}$$

|       |           |    |   |           |
|-------|-----------|----|---|-----------|
| x     | $-\infty$ | -2 | 1 | $+\infty$ |
| P'(x) |           | +  | - | +         |
| P(x)  |           | ↗  | ↘ | ↗         |

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα  $(-\infty, -2]$  και  $[1, +\infty)$  και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $[-2, 1]$ .

Τοπικό μέγιστο στο  $x = -2$ , το  $f(-2) = 30$

Τοπικό ελάχιστο στο  $x = 1$ , το  $f(1) = 3$

**B4.**

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 6x - 12}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6(x - 1)(x + 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} 6(x + 2) = 18$$

**Θέμα Γ**

**Γ1.**

| Κλάσεις [ , ) | Κεντρική $x_i$ | $v_i$    | $x_i v_i$   |
|---------------|----------------|----------|-------------|
| [8, 12)       | 10             | 20       | 200         |
| [12, 16)      | 14             | 15       | 210         |
| [16, 20)      | <b>18</b>      | $v_3$    | $18v_3$     |
| [20, 24)      | <b>22</b>      | 5        | <b>110</b>  |
|               | Σύνολο         | $40+v_3$ | $520+18v_3$ |

$$\bar{x} = 14 \Leftrightarrow \frac{200 + 210 + 18v_3 + 110}{40 + v_3} = 14 \Leftrightarrow \frac{520 + 18v_3}{40 + v_3} = 14 \Leftrightarrow 520 + 18v_3 = 560 + 14v_3 \Leftrightarrow 4v_3 = 40 \Leftrightarrow v_3 = 10$$

**Γ2.**

| Κλάσεις [ , ) | Κεντρική $x_i$ | $v_i$     | $x_i v_i$  |
|---------------|----------------|-----------|------------|
| [8, 12)       | 10             | 20        | 200        |
| [12, 16)      | 14             | 15        | 210        |
| [16, 20)      | <b>18</b>      | <b>10</b> | <b>180</b> |
| [20, 24)      | <b>22</b>      | 5         | <b>110</b> |
|               | Σύνολο         | <b>50</b> | <b>700</b> |

**Γ3.**

$$s^2 = \frac{16 \cdot 20 + 16 \cdot 10 + 64 \cdot 5}{50} = \frac{320 + 160 + 320}{50} = \frac{800}{50} = 16$$

**Γ4.**

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4}{14} = 0,29$$

$CV = 29\% > 10\%$ , οπότε το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

**Θέμα Δ**

**Δ1.**

$$f'(x) = \frac{2x}{x^4}, A_{f'} = \mathbb{R} - \{0\}$$

**Δ2.**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{x^4} = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

|       |           |   |           |
|-------|-----------|---|-----------|
| x     | $-\infty$ | 0 | $+\infty$ |
| P'(x) |           | - | +         |
| P(x)  |           | ↘ | ↗         |

**Κάνιγγος 13,**  
**Πλατεία Κάνιγγος**  
**Τηλ.: 210 3304429**

**Γαλανόπουλος Νίκος**  
**Καζιακούρας Γιάννης**

Επειδή η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα  $(-\infty, 0)$

$$-4 \leq x \leq -1 \Leftrightarrow f(-4) \geq f(x) \geq f(-1) \Leftrightarrow -\frac{1}{16} \geq f(x) \geq -1 \Leftrightarrow -1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$

$$f(-4) = -\frac{1}{16}$$

$$f(-1) = -1$$

**Δ3.**

$$\varepsilon: y = \lambda x + \beta, \text{ με } \lambda = f'(1) = 2$$

$$y = f(1) = -1$$

$$\varepsilon: y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow -1 = 2 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$$

$$\text{Άρα, } \varepsilon: y = 2x - 3$$

**Δ4.**

$$\bar{x} = 4 \text{ και } s_x = 2$$

$$\bar{y} = 2\bar{x} - 3 \Leftrightarrow \bar{y} = 2 \cdot 4 - 3 \Leftrightarrow \bar{y} = 5$$

$$s_y = |2|s_x = 2 \cdot 2 = 4$$

$$CV_y = \frac{s_y}{\bar{y}} = \frac{4}{5} = 0,8 = 80\%$$

Σχολιασμός θεμάτων:

- Τα ζητούμενα της θεωρίας ήταν αναμενόμενα και απολύτως αντιμετώπισιμα.
- Το Β' Θέμα κινήθηκε στο παραπάνω πλαίσιο, χωρίς καμία δυσκολία.
- Το Γ' Θέμα καλύπτονταν με απλή εφαρμογή τύπων. Έξυπνη πινελιά το Γ1.
- Το Δ' Θέμα απαιτούσε την προσοχή των μαθητών τόσο στους κανόνες παραγωγισής όσο και στις πράξεις, ενώ παράλληλα διερευνούσε την συνδυαστική σκέψη των υποψηφίων. Ο βαθμός δυσκολίας του θέματος κορυφώνεται στο Δ4, το οποίο και θα κρίνει το άριστα.