

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**  
**3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023**  
**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $cf(x)$  όπου  $c$  πραγματικός αριθμός, ισούται με  $cf'(x)$ .

**Μονάδες 10**

**A2.** Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 5**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Η σχετική συχνότητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  με  $i = 1, 2, \dots, \kappa$  μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.

**β.** Αν  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε ισχύει:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

**γ.** Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή  $\bar{x}$  και τυπική απόκλιση  $s$ , τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ .

**δ.**  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$

**ε.** Η διάμεσος ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

**Μονάδες 10**

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + 10$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$  και  $a \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .

Μονάδες 4

**B2.** Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $x_0 = 1$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , να υπολογίσετε το  $a$ .

Μονάδες 6

**B3.** Για  $a = 3$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.

Μονάδες 9

**B4.** Για  $a = 3$ , να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .

Μονάδες 6

## ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήθηκαν οι μαθητές/τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης την προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	Κεντρική τιμή	Συχνότητα	$x_i v_i$
$[ , )$	$x_i$	$v_i$	
$[8, 12)$	10	20	200
$[12, 16)$	14	15	210
$[16, 20)$		$v_3$	
$[20, 24)$		5	
	<b>Σύνολο</b>		

Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι  $\bar{x} = 14$ .

Γ1. Να δείξετε ότι  $v_3 = 10$ .

Μονάδες 8

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής  $CV$ . Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

#### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ , με  $x \neq 0$ .

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 7

Δ2. Να δείξετε ότι για κάθε  $x \in [-4, -1]$  ισχύει:

$$-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$ .

Μονάδες 6

Δ4. Αν  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $\Gamma(x_3, y_3)$  είναι σημεία της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) τέτοια ώστε οι τετμημένες τους  $x_1, x_2, x_3$  να έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 4$  και τυπική απόκλιση  $s_x = 2$ , να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής  $CV$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3$ .

Μονάδες 6