

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ 2013

ΕΠΑ.Λ. (Α΄ ΟΜΑΔΑ)

ΘΕΜΑ Α

A1. Σελ.234 στο σχολικό βιβλίο.

A2. α) Σ

β) Σ

γ) Λ

δ) Λ

ε) Σ

A3. α) $\int_a^{\beta} \eta \mu x \, dx = \sigma \nu \alpha - \sigma \nu \beta$

β) $(cf(x))' = c f'(x)$

γ) $(x^a)' = a x^{a-1}, x > 0$

ΘΕΜΑ Β

B1. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\alpha^2 x + \ln x) = \alpha^2$

B2. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{(x^2 - x)(\sqrt{x+3} + 2)}{(\sqrt{x+3} - 2)(\sqrt{x+3} + 2)} =$
 $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x(x-1)(\sqrt{x+3} + 2)}{(x-1)} = 4.$

B3. Η f συνεχής στο 1: $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 4 = \alpha^2 \Rightarrow \alpha = 2 \text{ ή } \alpha = -2.$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Μισθός (εκατ/όδες €)	Συχνότητα (v_i)	Σχετική Συχνότητα f_i %	$x_i v_i$	$\bar{x} - x_i$	$(\bar{x} - x_i)^2$	$v_i(\bar{x} - x_i)^2$
x_i						
6	25	50	150	3	9	225
10	17	34	170	-1	1	17
15	6	12	90	-6	36	216
20	2	4	40	-11	121	242
Αθροίσματα	50	100	450	---	-----	700

Γ2. Η μέση τιμή είναι $\bar{x} = \frac{450}{50} = 9$ άρα είναι 900 ευρώ.

Γ3. 84%.

Γ4. $S^2 = \frac{v_1(\bar{x} - x_1)^2 + v_2(\bar{x} - x_2)^2 + \dots + v_4(\bar{x} - x_4)^2}{v} = \frac{700}{50} = 14.$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f'(x) = 2(x-2)(x+\alpha) + (x-2)^2 = (x-2)(2x+2\alpha+x-2) = (x-2)(3x+2\alpha-2)$

Δ2. Επειδή η f παρουσιάζει ακρότατο στο 4 (Fermat) $f'(4)=0 \Rightarrow 2(10+2\alpha)=0$
 $\Rightarrow \alpha = -5$

Δ3. Για $\alpha = -5$ $f'(x) = (x-2)(3x-12)=0 \Rightarrow x=2$ ή $x=4$

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
f'(x)	+	-	+	
f(x)				

T.ΜΕΓ. T.ΕΛ.

Η f γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 2]$
γνησίως φθίνουσα στο $[2, 4]$
γνησίως αύξουσα στο $[4, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο 2 με τιμή $f(2) = 0$ και
τοπικό ελάχιστο στο 4 με τιμή $f(4) = -4$.

Δ4. Εξετάζουμε τη διαφορά $g(x) - h(x) = f'(x)$ και από το Δ3 το ζητούμενο εμβαδό είναι από 2 ως 4 όπου η $g-h$ είναι αρνητική.

$$E = - \int_2^4 f'(x) dx = -f(4) + f(2) = -(-4) + 0 = 4.$$

ΣΧΟΛΙΑ

Ο βαθμός δυσκολίας των θεμάτων είναι αντίστοιχος με των προηγούμενων ετών. Τα θέματα καλύπτουν το μεγαλύτερο μέρος της διδαγμένης ύλης και οι καλά προετοιμασμένοι υποψήφιοι μπορούν να ανταποκριθούν με επιτυχία.

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

ΚΕΧΡΗΣ ΑΡΗΣ
ΑΝΥΦΑΝΤΗ ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ