

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑ.Λ. (4 6 2022)

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

Θέμα Α

A1 Σχολικό σελίδα 28

A2 Σχολικό σελίδα 87

A3 α. Λάθος β. Σωστό γ. Λάθος

A4 α. $\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ β. $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Θέμα Β

B1. Έχουμε:

- $\bar{x} = \frac{25+10+5+20+15}{5} = 15$
- $R = 25 - 5 = 20$

B2. Είναι:

$$s^2 = \frac{(25-15)^2 + (10-15)^2 + (5-15)^2 + (20-15)^2 + (15-15)^2}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

B3. Είναι:

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{50}}{15} = 0,47 > 0,1$$

Άρα δεν είναι ομοιογενές.

Θέμα Γ

Γ1. Είναι:

- $f'(x) = 3x^2 - 18x + \alpha, x \in \mathbb{R}$
- $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 3 - 18 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 15$

Γ2. Έχουμε:

- $f(2) = 8 - 36 + 30 + 1 = 3$ και
- $f'(2) = 12 - 36 + 15 = -9$

Άρα:

$$f(2) = f'(2) \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = 21$$

Επομένως:

$$y = -9x + 21$$

Γ3. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 5$

x	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
f(x)		↗	↘	↗

Η f γν.αύξουσα στο $(-\infty, 1]$ και στο $[5, +\infty)$ και γν.φθίνουσα στο $[1, 5]$

Παρουσιάζει μέγιστο το $f(1) = 8$ και ελάχιστο το $f(5) = -24$

Γ4. Είναι:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-1)(x-5)}{(x+1)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)}{x+1} = -6$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1

Η f ορίζεται, όταν $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

Άρα το πεδίο ορισμού της f είναι: $A_f = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

Έχουμε:

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x+1} \right)' = \frac{(x)'(x+1) - x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}, x \neq -1$$

Δ2

Είναι:

$$f'(2) = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{9} \quad \text{και} \quad f'(1) = \frac{1}{(1+1)^2} = \frac{1}{4}$$

Έχουμε:

- $\bar{x} = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$ και $s = \frac{1}{2 \cdot f'(1)} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 2$

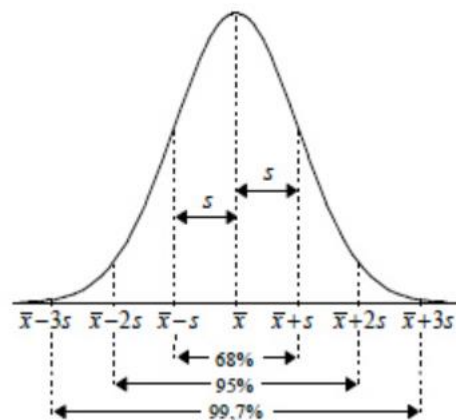
Δ3

Οι μαθητές που χρειάστηκαν χρόνο επιστροφής $(5, 11) = (\bar{x} - 2s, \bar{x} + s)$ λεπτά αντιστοιχεί στο 81,5% επί του συνόλου των μαθητών. Δηλαδή:

$$\frac{81,5}{100} \cdot 2000 = 1630 \text{ μαθητές.}$$

Επίσης οι μαθητές που χρειάστηκαν χρόνο πάνω από $\bar{x} + 3s = 15$ λεπτά αντιστοιχεί στο 0,15% επί του συνόλου των μαθητών. Δηλαδή:

$$\frac{0,15}{100} \cdot 2000 = 3 \text{ μαθητές.}$$



Δ4

Έστω \bar{x}' και s' η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση που θα προκύψει μετά την αύξηση του χρόνου επιστροφής των μαθητών κατά 3 λεπτά.

Από εφαρμογή σελίδα 99 του σχολικού βιβλίου, έχουμε:

$$\bar{x}' = \bar{x} + 3 = 9 + 3 = 12 \text{ και } s' = s = 2$$

Τα φετινά θέματα στα μαθηματικά είναι σαφή, αναμενόμενα και δε θα προβληματίσουν τους υποψηφίους. Καλύπτουν όλο το φάσμα της ύλης και απαιτούν συνδυαστική ικανότητα. Ωστόσο, στο άριστα θα οδηγηθούν οι μαθητές που έχουν μελετήσει επίμονα και συστηματικά μέσα στη χρονιά.