

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $cf(x)$  όπου  $c$  πραγματικός αριθμός, ισούται με  $cf'(x)$ .

Μονάδες 10

- A2. Πότε μία συνάρτηση  $f$  λέγεται παραγωγίσιμη στο δημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

- A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

a. Η σχετική συγχύτητα  $f_i$  της τιμής  $x_i$  με  $i = 1, 2, \dots$ , κ μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.

b. Αν  $f, g$  παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε ισχύει:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

γ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή  $\bar{x}$  και τυπική απόκλιση  $s$ , τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ .

δ.  $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$

ε. Η διάμεσος ενός δείγματος ν παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

Μονάδες 10

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + 10$ , όπου  $x \in \mathbb{R}$  και  $a \in \mathbb{R}$ .

- B1. Να βρείτε την παράγωγο  $f'(x)$ .

Μονάδες 4

- B2. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο  $x_0 = 1$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x$ , να υπολογίσετε το  $a$ .

Μονάδες 6

- B3. Για  $a = 3$ , να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.

Μονάδες 9

- B4. Για  $a = 3$ , να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$ .

Μονάδες 6

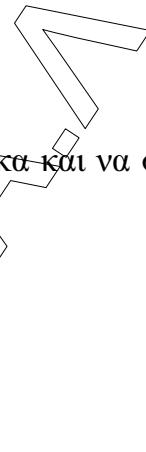
## ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήθηκαν οι μαθητές/τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης την προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	Κεντρική τιμή	Συχνότητα	
	$x_i$	$v_i$	$x_i v_i$
[ , )			
[8, 12)	10	20	200
[12, 16)	14	15	210
[16, 20)		$v_3$	
[20, 24)		5	
Σύνολο			

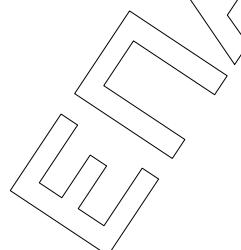
Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι  $\bar{x} = 14$ .

**Γ1.** Να δείξετε ότι  $v_3 = 10$ .



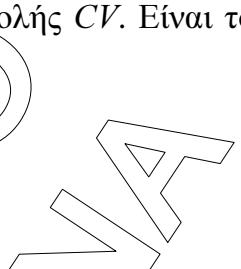
**Μονάδες 8**

**Γ2.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.



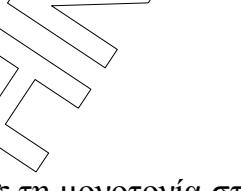
**Μονάδες 6**

**Γ3.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .



**Μονάδες 6**

**Γ4.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής  $CV$ . Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ , με  $x \neq 0$ .

**Δ1.** Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

**Μονάδες 7**

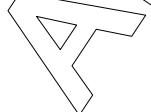
**Δ2.** Να δείξετε ότι για κάθε  $x \in [-4, -1]$  ισχύει:

$$-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$



**Μονάδες 6**

**Δ3.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$ .



**Μονάδες 6**

**Δ4.** Αν  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $\Gamma(x_3, y_3)$  είναι σημεία της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) τέτοια ώστε οι τετμημένες τους  $x_1, x_2, x_3$  να έχουν μέση τιμή  $\bar{x} = 4$  και τυπική απόκλιση  $s_x = 2$ , να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής  $CV$  των τεταγμένων  $y_1, y_2, y_3$ .

**Μονάδες 6**