ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 93

Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 16

Α3. α. Λάθος
β. Σωστό
γ. Σωστό
δ. Σωστό
ε. Λάθος

Α4. α. $(c)' = 0$
β. $(x^2) = 2x$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$x_i \cdot v_i$
0	10	20	10	0
1	15	30	25	15
2	11	22	36	22
3	8	16	44	24
4	6	12	50	24
Σύνολο	50	100		85

- **$v_1 = v - 40 = 10$**
- **$f_1\% = \frac{v1}{v}100\% = 20$ και ομοίως : $f_2\% = 30$, $f_3\% = 22$, $f_4\% = 16$, $f_5\% = 12$**
- **$N_1 = v_1 = 10$, $N_2 = v_1 + v_2 = 25$ και ομοίως : $N_3 = 36$, $N_4 = 44$, $N_5 = 50$**

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ

Β2 . $\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_1^5 xi \cdot vi = \frac{85}{50} = 1{,}7.$

Β3. $\delta = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$

Β4. α. το ποσοστό των υπαλλήλων που εργάζονται το πολύ 3 ώρες θε είναι:

$f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% = 88\%$

β. Η νέα μέση τιμή $\bar{x}'$ θα είναι $\bar{x}' = \bar{x} + 4 = 5{,}7$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f'(x) = -6x^2 + 12x$, $x \in \mathbb{R}$.

$f'(x) = -6x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = 2$

x		0		2	
f′(x)	-		+		-
f(x)	↘		↗		↘

Άρα έχουμε : f ↘ $(-\infty, 0]$ και $[2, +\infty)$

ενώ f ↗ $[0,2]$

Γ2. Ελάχιστο το f(0) = α και μέγιστο f(2) = α + 8,

άρα : $\frac{f(0)+f(2)}{2} = -8 \Leftrightarrow \frac{2\alpha+8}{2} = -8 \Leftrightarrow \alpha = -12.$

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ

Γ3. $f(1) = -2 + 6 - 12 = -8$

$f'(1) = -6 + 12 = 6$

Οπότε : $-8 = 6 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = -14$

Άρα με $\lambda = 6$ και $\beta = -14$ έχω: $y = 6x - 14$

Γ4. **$x \in [2,+\infty)$: $x \geq 2$ και αφού στο διάστημα αυτό η f είναι γνησίως φθίνουσα**

θα ισχύει : $f(x) \leq f(2) \Leftrightarrow -2x^3 + 6x^2 - 12 \leq -4 \Leftrightarrow -2x^3 + 6x^2 - 8 \leq 0$

και διαιρώντας τη σχέση με -2 έχω τελικά : $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f'(x) = x^2 + 2 \cdot \lambda x + 7$, $x \in \mathbb{R}$. Έχουμε : $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1) = 0$

$\Leftrightarrow 1 + 2\lambda + 7 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -4$.

Δ2. $f'(x) = x^2 - 8x + 7$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ ή $x = 7$.

x		1		7	
$f'(x)$		+	-		+
$f(x)$		↗	↘		↗

Άρα έχουμε : $f \nearrow (-\infty, 1]$ και $[7,+\infty)$

ενώ $f \searrow [0,2]$

Δ3. Έχουμε : $2025 > 2020 \Leftrightarrow f(2025) > f(2020) \Leftrightarrow f(2025) - f(2020) > 0$

αφού $f \nearrow [7,+\infty)$.

Ομοίως : $\frac{3}{2} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow f(\frac{3}{2}) > f(\frac{5}{2}) \Leftrightarrow f(\frac{3}{2}) - f(\frac{5}{2}) > 0$, αφού $f \searrow [0,2]$

Άρα το πρόσημο της παράστασης είναι θετικό $A > 0$.

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ

Δ4. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f'(x)-f''(x)+1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-8x+7-2x+8+1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}=$

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-10x+16}{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x^2-10x+16)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}{(\sqrt{x+1}-\sqrt{3})(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}=$

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-8)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}{x+1-3}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-8)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}{x-2}=$

$\lim\limits_{x\to 2}(x-8)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})$ = **-6 · 2√3 = -12√3 .**

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Τα φετινά θέματα των Μαθηματικών παρουσιάζουν σαφή κλιμάκωση και απαιτούν τόσο θεωρητική επάρκεια όσο και ικανότητα εφαρμογής. Τα ζητούμενα της θεωρίας και της Στατιστικής δεν παρουσιάζουν ιδιαίτερη δυσκολία για τον σοβαρό υποψήφιο. Στο Γ΄ θέμα καλύπτεται μεγάλο μέρος του Διαφορικού Λογισμού ,με το Γ4 να διεκδικεί την προσοχή ,την διαύγεια και την μεθοδική προετοιμασία των υποψηφίων. Το Δ θέμα ανεβάζει το βαθμό δυσκολίας και απαιτεί ουσιαστική κατανόηση και ικανότητα διαχείρισης πιο σύνθετων μαθηματικών εννοιών, με τα Δ3 και Δ4 να είναι το πιο απαιτητικό σκέλος της εξέτασης.

Συμπερασματικά , μόνον ο σωστά καθοδηγούμενος , ο μεθοδικός και επίμονος μαθητής μπορεί να οδηγηθεί στο άριστα.

Επιμέλεια : ΚΑΖΙΑΚΟΥΡΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ
ΘΕΟΔΩΡΟΥ ΔΟΞΙΑ

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ