

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**  
**ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**  
**3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2025**  
**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $t_1, t_2, \dots, t_n$  οι παρατηρήσεις μίας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$ . Αν αφαιρέσουμε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  από κάθε παρατήρηση, να αποδείξετε ότι ο αριθμητικός μέσος των διαφορών αυτών είναι ίσος με 0.

**Μονάδες 7**

**A2.** Πότε μία συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  λέγεται συνεχής;

**Μονάδες 4**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Η διακύμανση των παρατηρήσεων ενός δείγματος εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις του δείγματος.

**β.** Το εύρος είναι ένα μέτρο διασποράς.

**γ.** Η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$  εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής του  $y = f(x)$  ως προς το  $x$ , όταν  $x = x_0$ .

**δ.** Αν  $f$  παραγωγίσιμη συνάρτηση σε ένα διάστημα  $\Delta$ , τότε ισχύει  $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ ,  $c \in \mathbb{R}$ .

**ε.** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) < 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 10**

**A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

**α.**  $(c)' = \dots$

**β.**  $(x^2)' = \dots$

**Μονάδες 4**

## ΘΕΜΑ Β

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει το πλήθος των ωρών που εργάζονται υπερωριακά 50 υπάλληλοι σε μία επιχείρηση κατά τη διάρκεια ενός μήνα.

| Πλήθος<br>ωρών<br>$x_i$ | Συχνότητα<br>$n_i$ | Σχετική<br>Συχνότητα<br>$f_i\%$ | Αθροιστική<br>Συχνότητα<br>$N_i$ |
|-------------------------|--------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 0                       | ...                | ...                             | ...                              |
| 1                       | 15                 | ...                             | ...                              |
| 2                       | 11                 | ...                             | ...                              |
| 3                       | 8                  | ...                             | ...                              |
| 4                       | 6                  | ...                             | 50                               |
| Σύνολο                  | 50                 | 100                             |                                  |

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

**Μονάδες 10**

**B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του δείγματος.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τη διάμεσο  $\delta$  του δείγματος.

**Μονάδες 4**

**B4. α)** Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που εργάζονται υπερωριακά το πολύ 3 ώρες. (μον. 3)

**β)** Αν αυξηθούν οι υπερωρίες κατά 4 ώρες σε κάθε υπάλληλο, να βρείτε τη νέα μέση τιμή. (μον. 3)

**Μονάδες 6**

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + \alpha$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $\alpha$  σταθερός πραγματικός αριθμός.

Γ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f$  ως προς τη μονοτονία.

**Μονάδες 6**

Γ2. Να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων της  $f$  ως συνάρτηση του  $\alpha$  (μον. 4) και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$ , αν το ημίθροισμα των τιμών των ακροτάτων της  $f$  είναι  $-8$ . (μον. 4)

**Μονάδες 8**

Γ3. Για  $\alpha = -12$ , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ( $\varepsilon$ ) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $M(1, f(1))$ .

**Μονάδες 6**

Γ4. Για  $\alpha = -12$ , να δείξετε ότι  $x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$  για κάθε  $x \in [2, +\infty)$ .

**Μονάδες 5**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \lambda x^2 + 7x + \frac{2}{3}$  με  $x \in \mathbb{R}$  και  $\lambda$  σταθερός πραγματικός αριθμός.

Δ1. Αν ισχύει  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0$ , να βρεθεί ο αριθμός  $\lambda$ .

Μονάδες 4

Δ2. Για  $\lambda = -4$ , να μελετηθεί η  $f$  ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 6

Δ3. Για  $\lambda = -4$ , να προσδιοριστεί το πρόσημο της παράστασης

$$A = \frac{f(2025) - f(2020)}{f\left(\frac{3}{2}\right) - f\left(\frac{5}{2}\right)}$$

Μονάδες 7

Δ4. Για  $\lambda = -4$ , να υπολογιστεί το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f''(x) + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}$$

Μονάδες 8