

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΠΑΛ
2 / 6 / 26

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 65

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 27

A4. α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$

$$f'(x) = \frac{1}{3}3x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x - 3$$

B2. $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ ή } x = -1$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	○	○	+
$f(x)$	↗	↘	↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty, -1]$ και $[3, +\infty)$.

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-1, 3]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $x_0 = -1$ την τιμή $f(-1) = -\frac{1}{3} - 1 + 3 + 1 = \frac{8}{3}$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στη θέση $x_0 = 3$ την τιμή $f(3) = 9 - 9 - 9 + 1 = -8$

B3. Εφαπτομένη στο $A(0, f(0))$

$$y = f(0) = 1$$

$$\lambda = f'(0) = -3$$

$$y = \lambda x + \beta \Rightarrow 1 = -3 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 1$$

$$\text{Άρα (ε): } y = -3x + 1.$$

$$\begin{aligned} \text{B4. } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (x - 3) = -1 - 3 = -4. \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. 4, 5, 4, κ , 0, 3, 7

$$n = 7$$

$$\bar{x} = 4 \Rightarrow \frac{4+5+4+\kappa+0+3+7}{7} = 4 \Rightarrow 23 + \kappa = 28 \Rightarrow \kappa = 5.$$

Γ2. 0, 3, 4, 4, 5, 5, 7

$\delta = t_4 = 4$ αφού $n = 7$ περιττός αριθμός

$$\Gamma 3. \quad s^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2}{v} = \frac{(0-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{7} = \\ = \frac{16+1+0+0+1+1+9}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\Gamma 4. \quad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = 0,5 = 50\% > 10\% \text{ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Εμβαδόν $E = 100\text{m}^2$

$$\Leftrightarrow x \cdot y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100}{x}$$

Περίμετρος: $\Pi(x) = x + y + x + y = 2x + 2y = 2x + 2 \frac{100}{x} = 2x + \frac{200}{x}$,
 $x > 0$.

Δ2. $\Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$, $x > 0$.

$\Pi'(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 200 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 200 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10$ (ή $x = -10$ το οποίο απορρίπτεται)

x	0	10	$+\infty$
$\Pi(x)$		-	+
$\Pi'(x)$		↘	↗

Η $\Pi(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο $(0, 10]$

Η $\Pi(x)$ είναι γνησίως αύξουσα στο $[10, +\infty)$

Η $\Pi(x)$ παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x=10$.

Τότε $y = \frac{100}{10} = 10 = x$, δηλαδή το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.

Δ3. Στο $(0, 10)$ η Π είναι γνησίως φθίνουσα, άρα για $x_1 < x_2$ έχουμε:

$$\Pi(x_1) > \Pi(x_2) \Leftrightarrow \Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0$$

$$\text{Επιπλέον } x_1 - x_2 < 0,$$

$$\text{οπότε } A < 0.$$

$$\begin{aligned}\Delta 4. \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x}-10} &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{(2x^2-200)(\sqrt{10x}+10)}{x^2(\sqrt{10x}-10)(\sqrt{10x}+10)} = \\ \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{x^2(10x-100)} &= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{x^2 \cdot 10(x-10)} = \\ \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(\sqrt{10x}+10)}{x^2 \cdot 10} &= \frac{2 \cdot (10+10)(\sqrt{100}+10)}{100 \cdot 10} = \frac{2 \cdot 20 \cdot 20}{1000} = \frac{800}{1000} = \frac{4}{5}\end{aligned}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Τα φετινά θέματα είναι βατά σε γενικές γραμμές, με τα Α, Β, Γ να χαρακτηρίζονται ως απλά και αναμενόμενα, ενώ το Δ είναι το μόνο με αυξημένη δυσκολία.

Το θέμα Α καλύπτει ένα μεγάλο κομμάτι της θεωρίας.

Το θέμα Β είναι θέμα διαφορικού λογισμού το οποίο καλύπτει όλες τις βασικές κατηγορίες.

Το θέμα Γ περιέχει μελέτη δείγματος λίγων παρατηρήσεων, με παράμετρο, στη στατιστική με αναφορά στις πιο σημαντικές έννοιες του κεφαλαίου.

Στο θέμα Δ έχουμε πρόβλημα γεωμετρίας με τα τρία πρώτα ερωτήματα να είναι απαιτητικά μεν αλλά προβλέψιμα. Το Δ4 είναι το πιο δύσκολο ερώτημα του διαγωνίσματος, με ένα όριο που απαιτεί καλή γνώση παραγοντοποίησης τριωνύμου αλλά και χρήση συζυγούς παράστασης.

Επιμέλεια : ΚΑΖΙΑΚΟΥΡΑΣ ΓΙΑΝΝΗΣ
ΔΟΥΦΕΞΗ ΑΛΕΞΑΝΔΡΑ