

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω η συνάρτηση $F(x) = cf(x)$. Έχουμε

$$F(x+h) - F(x) = cf(x+h) - cf(x) = c(f(x+h) - f(x)),$$

και για $h \neq 0$

$$\frac{F(x+h)-F(x)}{h} = \frac{c(f(x+h)-f(x))}{h} = c \frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

$$\text{Επομένως } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h)-F(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \left[c \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \right] = cf'(x).$$

$$\text{Άρα } (c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x).$$

A2. Εύρος ενός δείγματος n παρατηρήσεων ορίζεται η διαφορά της ελάχιστης παρατήρησης από τη μέγιστη παρατήρηση.

A3.

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Σωστό

A4.

$$\alpha. (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\beta. (\sin x)' = -\eta \mu x$$

ΘΕΜΑ Β

$$B1. f(1) = 0 \Rightarrow 1 + \alpha + 1 = 0 \Rightarrow \alpha = -2$$

$$B2. f(x) = x^3 - 2x^2 + x$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 2x + 1) = 1$$

$$B3. f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$$

$$f'(0) = 1$$

$$f(0) = 0$$

$$(\varepsilon): y = f'(0)x + \beta \Rightarrow y = x$$

$$B4. f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ ή } x = 1$$

- $f' > 0$ στα $(-\infty, \frac{1}{3})$ και $(1, +\infty)$ άρα f γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, \frac{1}{3}]$ και $[1, +\infty)$
- $f' < 0$ στο $(\frac{1}{3}, 1)$ άρα f γνησίως φθίνουσα στο $[\frac{1}{3}, 1]$

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στη θέση $\frac{1}{3}$ την τιμή $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{27}$

Και τοπικό ελάχιστο στη θέση 1 την τιμή $f(1) = 0$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Πλάτος $c = 100$

ΚΛΑΣΕΙΣ	x_i	v_i	f_i	$x_i v_i$
[300,400)	350	8	0,2	2800
[400,500)	450	16	0,4	7200
[500,600)	550	12	0,3	6600
[600,700)	650	4	0,1	2600
ΣΥΝΟΛΟ		40	1	19200

$$v_1 = 0,2 \cdot 40 = 8 \text{ κλπ}$$

$$\Gamma 2. \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{19200}{40} = 480 \text{ ευρώ}$$

Γ3. $\frac{1}{2}v_3 + v_4 = 10$ φοιτητές, δηλαδή το 25% των φοιτητών ξοδεύουν τουλάχιστον 550 ευρώ μηνιαίως

$$\Gamma 4. \bar{y} = \bar{x} + 50 = 530 \text{ ευρώ η νέα μέση τιμή}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Η πλευρά είναι 6 και αφαιρούνται δύο κομμάτια μήκους x , άρα η πλευρά της βάσης είναι $6 - 2x$.

$$E(x) = (6 - 2x)^2 = 4x^2 - 24x + 36$$

Πρέπει $x > 0$ και $6 - 2x > 0 \Rightarrow x < 3$ άρα $0 < x < 3$

Δ2. $V(x) = E(x) \cdot x = 4x^3 - 24x^2 + 36x$ (αφού το ύψος είναι x) με $0 < x < 3$

Δ3. Γραμμοσκιασμένο = τετράγωνο - 4 γωνιακά τετράγωνα

Άρα το εμβαδόν είναι $A(x) = 36 - 4x^2$ με $0 < x < 3$

Δ4.

$$\alpha. V'(x) = 12x^2 - 48x + 36 = 12(x^2 - 4x + 3) = 12(x - 1)(x - 3)$$

Στο $(0,3)$:

$$V'(x) > 0 \text{ για } 0 < x < 1$$

$$V'(x) < 0 \text{ για } 1 < x < 3$$

άρα ο όγκος είναι μέγιστος για $x = 1$

δηλαδή 4m μήκος, 4m πλάτος, 1m ύψος

β. Η εσωτερική επιφάνεια είναι βάση συν 4 πλευρές, δηλαδή

$$A(1) = 36 - 4 \cdot 1^2 = 32\text{m}^2$$

$$\text{Κόστος} = 32 \cdot 12 = 384 \text{ ευρώ}$$

Τα θέματα χαρακτηρίζονται απλά και αναμενόμενα.

Το θέμα Α καλύπτει μεγάλο μέρος της θεωρίας.

Το θέμα Β είναι σύνηθες θέμα διαφορικού λογισμού το οποίο καλύπτει τον ορισμό της γραφικής παράστασης συνάρτησης, βασικά όρια, εφαπτομένη γραφικής παράστασης, μονοτονία και ακρότατα συνάρτησης.

Το θέμα Γ είναι εύκολο θέμα στατιστικής με ομαδοποιημένα δεδομένα, συμπλήρωση πίνακα, εύρεση μέσης τιμής κλπ.

Στο θέμα Δ έχουμε ένα πρόβλημα γεωμετρίας αρκετά φλύαρο που ζητάει να αποδειχθούν δοσμένες συναρτήσεις μήκους, εμβαδού και όγκου με μοναδικό ενδιαφέρον το Δ4α όπου ζητάει μεγιστοποίηση όγκου.

ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ